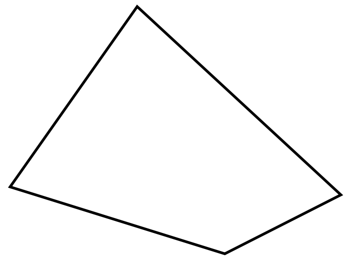
３年５章　相似な図形　「中点連結定理」

１　問題と問題の意図

＜問題１＞

**右の図のような四角形の各辺の中点を結ぶとき，内側にはどんな四角形ができるだろうか。**



＜問題の意図＞

＜問題１＞は，中点連結定理の典型的な活用問題である。＜問題２＞では，＜問題１＞をひし形や長方形など，様々な四角形の場合で考えさせる。その中で，四角形の各辺の中点を結んでできる四角形は，もとの四角形の対角線の長さや交わり方によって決まることを見いださせたい。数学の美しさを実感させることができる場面であると考える。また，四角形を２つの三角形に分けて考えればよいことや，＜問題１＞の答えが平行四辺形であることに気づかせるために，問題提示の場面で工夫が必要であると考える。

２　本時の目標

中点連結定理を活用し，四角形の各辺の中点を結んでできる四角形は，もとの四角形の対角線の長さや交わり方によって決まることを見いだす。

３　授業の流れ

(1) 右図の【前時で扱った問題】(1) の点Ｐが，△ABC の外側に移動したような図形であることを伝えながら，＜問題１＞を提示し，問題プリントを配付する。

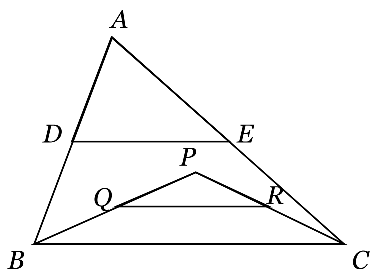
(2) 四角形の各辺の中点を結ばせる。予想させると，ほとんどの生徒が「平行四辺形」と答える。

(3)「本当に平行四辺形といえるだろうか」と発問し，生

【前時で扱った問題】

**右の図のように，$\triangle ABC$ をかき，辺 $AB$，辺 $AC$ の中点を $D$，$E$ とし，$D$ と $E$ を結ぶ。次に，$DE$ と $BC$ の間に点 $P$ をとり，辺 $PB$，辺 $PC$ の中点を $Q$，$R$ として結ぶ。**

**このとき，$DE$ と $QR$ はどちらが長いだろうか。**

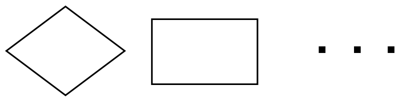


徒とのやりとりを通して，内側にできる四角形は「１組の対辺が平行で長さが等しい」といえるため，平行四辺形であることを確認する。必要に応じて，中点連結定理や平行四辺形になるための条件について復習する。また，(4) 以降につなげるため，対角線を２本かいて考えると，「２組の対辺がそれぞれ平行である」といえるため，平行四辺形であるといえることについても確認する。

(4) ＜問題１＞の続きとして，＜問題２＞を提示する。問題プリントを配付する。まずは，ひし形や長方形である場合について考えさせる。個人思考の時間をとる。

＜問題２＞

**他の四角形では，内側にどんな四角形ができるだろうか。**



(5)「ひし形や長方形の内側には，どのような四角形ができたか」を問うと，それぞれ長方形，ひし形ができたという答えが返ってくる。「本当にいえるのだろうか」と発問し，「(＜問題１＞で内側にできた) 平行四辺形と比べて変わったこと」に注目させながら，ひし形や長方形の内側にできた四角形がそれぞれ長方形，ひし形であることを確認する。

(6) さらに，「他にはどんな四角形があるだろうか」と発問し，たこ型四角形や等脚台形，正方形などの四角形の場合について考えさせる。個人思考の時間をとり，それぞれの四角形で内側にどんな四角形ができたかを確認する。

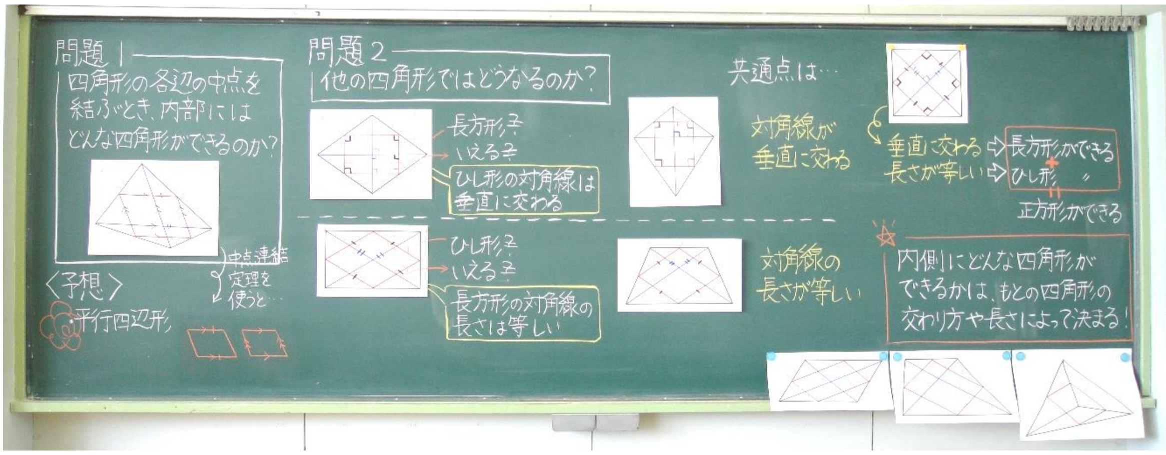
| （もとの四角形） | → | （内側にできる四角形） |
|---|---|---|
| たこ型四角形 | → | 長方形 |
| 等脚台形 | → | ひし形 |
| 正方形 | → | 正方形 |

(7)「内側にどんな四角形ができるかには，何が関係しているのだろう」と発問し，内側にできた四角形ごとに分類させる。また，それらの共通点を考えさせることを通して，内側にどんな四角形ができるかは，もとの四角形の対角線の交わり方や長さが関係していることについて確認し，まとめる。

(8) 確認問題として，平行四辺形や台形，凹四角形を提示する。どの四角形も対角線が垂直に交わったり，対角線の長さが等しくないことから，これらの四角形の内側には，ひし形，長方形，正方形ではない平行四辺形ができることを確認する。

(9) 教科書の練習問題 (「内側にできる四角形がひし形や長方形になるのは，もとの四角形がそれぞれどんな条件をもっているときだろうか」というような内容) を解かせる[(2)]。

板書例




参考・参照


（1）相馬一彦編著『「問題解決の授業」に生きる「問題」集』明治図書，2000，p.140

（2）教科書『中学　数学３』教育出版，2016，p.153



文責：小野裕加里（中富良野町立中富良野中学校）2021．３